

## 補注2 UV 曲線の係数を求める計算について（本文 8.1）

欠員率  $v$  の対数、雇用失業率  $u$  の対数の間に想定する UV 曲線  $\log(u) = \alpha + \beta \log(v)$  の係数  $\alpha, \beta$  は、通常の最小二乗法で求めている。ダービン・ワトソン比が 1 を大きく下回り、残差に自己相関があるので、よりの確な係数を求めるため、誤差項に 1 階の自己相関があるとした

$$\log(u_t) = \alpha + \beta \log(v_t) + \rho e_{t-1} + \varepsilon \quad (*)$$

というモデル式を設定し、 $\alpha, \beta$  を求めている。

このモデル式では、通常の最小二乗法による  $\alpha, \beta$  の推計はできず、次のようにして行っている（縄田和満著「EViews による計量経済分析入門」、朝倉書店、2009 年、89 頁参照）。

二つの時系列  $X_t, Y_t$  の実績が与えられたとする。添え字は時点を表し、 $1, \dots, n$  とする。今の場合、2001 年第 1 四半期から 2006 年第 4 四半期など、関数を推定する期間における各四半期の欠員率の対数值、雇用失業率の対数值である。

- 1 実績  $X_t, Y_t$  ( $t = 1, \dots, n$ ) を使って、通常の最小二乗法（定数項あり）で、

$$Y_t = \text{定数項} + aX_t + \varepsilon$$

の定数項と  $a$  を求める。得られた定数項と  $a$  を使って、各時点  $t = 1, \dots, n$  における残差

$$e_t = Y_t - (\text{定数項} + aX_t)$$

を計算する。

- 2 計算した各時点  $t = 1, \dots, n$  における残差  $e_t$  を使って、通常の最小二乗法（定数項なし）で、

$$\text{残差 } e_t = \rho \times \text{1 期前の残差 } e_{t-1} + \varepsilon$$

の  $\rho$  を求める。つまり、 $e_1, \dots, e_n$  から、

$$\frac{\sum_{t=2}^n e_t e_{t-1}}{\sum_{t=2}^n e_{t-1}^2}$$

を計算し、これを  $\rho$  と置く（定数項なしの最小二乗法で  $\rho$  を求める式）。

- 3 実績  $X_t, Y_t$  ( $t = 1, \dots, n$ ) と 2 で得られた  $\rho$  を使って、次の 3 本の時系列を計算する。

時点	$R^*$	$X^*$	$Y^*$
第 1 時点	$\sqrt{1 - \rho^2}$	$\sqrt{1 - \rho^2} X_1$	$\sqrt{1 - \rho^2} Y_1$
第 2 時点	$1 - \rho$	$X_2 - \rho X_1$	$Y_2 - \rho Y_1$
...	...	...	...
第 $n$ 時点	$1 - \rho$	$X_n - \rho X_{n-1}$	$Y_n - \rho Y_{n-1}$

- 4  $R_t^*, X_t^*, Y_t^*$  ( $t = 1, \dots, n$ ) を使って、通常の最小二乗法（定数項なし）で、

$$Y_t^* = \alpha R_t^* + \beta X_t^* + \varepsilon$$

の  $\alpha$  と  $\beta$  を求める。これらを求める  $\alpha$  と  $\beta$  とする。

## 補足

モデル式(\*)の $\alpha$ と $\beta$ を求める方法は、コ克蘭・オーカット法など、他にもいくつかある。上で述べた方法の拡張として、得られた $\alpha$ と $\beta$ をそれぞれ1の定数項と $a$ として、1から再度、2、3、4を行うと、また新たな $\alpha$ 、 $\beta$ が得られるが、この過程を、得られる $\alpha$ 、 $\beta$ が一つ前の段階の $\alpha$ と $\beta$ と変わらなくなる（或いは2の $\rho$ が変わらなくなる）まで繰り返すという方法もある。また、最尤法の考え方で、計算機で数値的に $\alpha$ 、 $\beta$ を求める方法もある。得られる結果は、方法によって若干異なる。